

Desempenho de Métodos de Interpolação Espacial na Composição de Mapas Aerogeofísicos

*Rodoilton Stevanato/FUNPAR/UFPR; Francisco José Fonseca Ferreira/UFPR; Paulo César Soares/UFPR; Francisco Valdyr da Silva/UFPR

ABSTRACT - Some interpolation methods of aerogeophysical data are compared in this paper, such as bigrid, minimum-curvature and geostatistical methods. Isotropic and anisotropic kriging were applied in the last case. For each method a statistical analysis of the deviations distribution compared to expected values was performed, in an attempt to see which of them would show the smaller errors' standard deviation. It has been demonstrated that the geostatistical method has the smaller standard deviation, as well as the best accuracy of the spacial distribution of the contour map obtained through anisotropic kriging with the main lithostructural units that exhibit a N-S trend in the area.

INTRODUÇÃO - Neste trabalho são comparados diversos métodos de interpolação ou inferência de dados aerogeofísicos como o bidirecional, a curvatura mínima e a geoestatística. Neste último, abordou-se tanto a krigagem isotrópica como a anisotrópica. Os resultados são mostrados na forma de mapas de contorno, elaborados a partir de dados do canal de potássio pertencentes ao Projeto Aerogeofísico Serra do Mar Sul (CPRM 1978), onde selecionou-se uma janela limitada pelas seguintes coordenadas: 665000 e 678000 UTM leste e 7305000 e 7319000 UTM sul. Para cada método procedeu-se a uma análise estatística da distribuição dos desvios em relação ao valor esperado, na tentativa de mostrar qual deles apresentaria o menor desvio padrão dos erros de inferência.

A área selecionada localiza-se na região de Palmeirinha, município de Sengés, próximo à divisa dos Estados do Paraná e São Paulo (Fig. 01). Geologicamente, representa uma porção da Faixa Itaipococa na qual afloram associações litológicas representadas por metassedimentos pelito-carbonáticos, xistos quartzo-feldspáticos e intrusivas graníticas na parte sul da área (Granito São Domingos). Na borda noroeste essas supracrustais proterozóicas são recobertas pelos arenitos devonianos da Formação Furnas da Bacia do Paraná, cujas amostras foram retiradas do arquivo, em função de tratar-se de outro conjunto geológico. A forte estruturação tectônica verificada, na Figura 01, confere às litologias uma lenticularização predominantemente N-S (Soares *et al* 1987).

METODOLOGIA - A representação espacial de dados bidimensionais é normalmente feita a partir de pontos igualmente espaçados na forma de uma grade. Este processo, denominado gridagem, calcula a partir das diversas leituras os valores prováveis a cada nó da rede. Assim, a geração de um *grid* é baseada na interpolação de valores medidos. Os mais comumente usados são:

Gridagem por Geoestatística - A geoestatística teve início com Krige (1960), a partir de trabalhos de lavra em jazimentos de ouro na África do Sul, o qual percebeu que o teor desse elemento possuía influência espacial em torno de sua vizinhança. Sendo assim, o referido autor aplicou uma técnica similar à das médias móveis para estimar os teores de um determinado bloco de lavra. Porém coube a Matheron (1965) formalizar matematicamente o que Krige havia percebido empiricamente, introduzindo os conceitos de variograma e krigagem. Posteriormente foram publicados vários livros-texto, destacando-se aqueles de David (1977), Journel e Huijbregts (1978), Clark (1979), Landim (1985) e Andriotti (1988).

Até então, a técnica geoestatística foi amplamente empregada na maioria dos estudos de estimação de teores de minérios, assim como interpoladores de amostragens geoquímicas, sendo muito conhecida pela comunidade geológica que atua em exploração mineral. Atualmente esta ferramenta está englobando um leque maior de aplicações, entre elas a geologia ambiental, geotecnia, hidrogeologia, processamento de imagens, etc. A física não é exceção, como se observa no trabalho de Hansen (1993).

Os principais tópicos abordados pela geoestatística envolvem os conceitos de variável regionalizada, variograma e krigagem. A variável regionalizada é definida como toda aquela em que os dados pontuais possuem relações entre as amostras da vizinhança, como é o caso das variáveis geológicas, geofísicas, geoquímicas, nível piezométrico, espessura de camadas, etc. A análise variográfica efetuada através do semi-variograma $\gamma(h)$, define o comportamento estrutural desta variável. Finalmente, a krigagem é um poderoso método de interpolação ou estimador não tendencioso que leva em consideração a quantidade, posição, distância e continuidade espacial

das amostras que serão envolvidas para estimar um bloco ou nós de uma grade. A zona de influência da elipse ou círculo de pesquisa tem seus eixos extraídos dos semi-variogramas, ponderando as amostras em função de sua covariância. Avalia também o erro associado a cada estimador do bloco. Além do mais, parece ser o único método de interpolação que se ajusta à anisotropia do meio.

Através do variograma ou semi-variograma é possível comparar dois valores separados por uma distância (h) em dois pontos distintos (x e $x+h$), medindo as covariâncias que existem entre amostras separadas pelo vetor (h). Para tanto, a função que define um variograma pode ser expressa pela equação (1), a qual constitui a média das diferenças quadráticas nos pontos x e $x+h$ dos valores medidos Z .

$$2\gamma(h) = 1/N(h) \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2, \text{ onde: } N = n^\circ \text{ de amostras} \quad (1)$$

Estas relações são facilmente percebidas quando, em um gráfico, representam-se no eixo das abscissas a distância (h) e no das ordenadas a variância dada pela função $\gamma(h)$. A distribuição dos pontos no gráfico pode ser ajustada por um modelo teórico, sendo os mais comuns o esférico, o exponencial, o gaussiano e o linear. A partir desses modelos são introduzidos os termos efeito pepita (*nugget effect*), alcance (*range*) e patamar (*sill*).

A análise variográfica em várias direções, e considerando uma determinada tolerância, permite definir se o meio é isotrópico ou anisotrópico. O alcance do variograma é o efeito controlador. Quando este parâmetro é distinto para certas direções selecionadas, caracteriza-se um meio anisotrópico. Ao contrário, quando o alcance é o mesmo em todas as direções, então um meio isotrópico é definido. A presença de efeito pepita é dado pela intersecção do ajuste do modelo teórico com o eixo das abscissas, podendo indicar erro de amostragem ou ausência de correlação espacial. O patamar representa um valor estável da variância, independente da distância que separa as amostras. Comumente, as distâncias até o alcance são tratadas pela geoestatística; a partir daí os dados podem ser manipulados pela estatística clássica. Em outras palavras, o limite do variograma estipulado pelo alcance também evidencia a separação dos pontos dependentes e independentes da variação espacial entre as amostras.

O termo krigagem foi proposto por Matheron (1965) para homenagear Daniel Krige. O estimador inerente a este método é do tipo BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*), significando: é o melhor porque é capaz de fornecer a variância de estimação mínima; é linear porque obedece a uma combinação linear dos dados, e por fim, é um estimador não enviesado. A equação (2) define o estimador de krigagem (Z^*k).

$$Z^*k = \sum_{i=1}^N \lambda_i \cdot Z(x_i); \text{ onde: } \begin{matrix} N = n^\circ \text{ de amostras} \\ \lambda_i = \text{pesos ou ponderadores} \\ Z(x_i) = \text{valores medidos} \end{matrix} \quad (2)$$

O grande impulso dado pela krigagem inclui a possibilidade de calcular a variância de estimação mínima associada à krigagem, ou ainda, parece ser o único método que fornece o erro ao avaliar uma variável Z através de um estimador Z^* . A equação (3) mostra como calcular a variância de estimação de uma amostra (v) para um bloco (V), sendo a raiz quadrada deste valor (σ_e) o desvio padrão do erro de krigagem.

$$\sigma_e = \sum_{i=1}^N \lambda_i \gamma(v, V) + \mu - \gamma(V, V); \text{ onde: } \begin{matrix} \mu = \text{parâmetro de Lagrange} \\ \gamma = \text{variância a priori} \end{matrix} \quad (3)$$

Gridagem pela Curvatura Mínima - Ajusta uma superfície de curvatura mínima similar à descrita por Briggs (1974). A princípio, estima os valores dos nós da grade baseada no inverso da distância média do valor medido dentro de um determinado raio de busca. Não havendo dados neste raio, é adotada a média de todos os pontos. Um processo iterativo é então empregado para ajustar os dados mais próximos aos nós da grade inicial. Uma vez que um ajuste aceitável é alcançado, o tamanho da célula é dividido por dois e o mesmo processo se repete utilizando esta nova grade como superfície inicial. O processo continua até que a superfície de curvatura mínima esteja com o tamanho da célula final. As iterações serão finalizadas quando alcançarem o número máximo de cem ou quando uma certa

percentagem dos pontos observados estejam dentro do limite de tolerância da superfície (99%).

Gridagem Bidirecional - Esta é projetada para a interpolação de dados onde a densidade de informação ao longo de uma direção é muito maior (cerca de 10 vezes) do que na direção perpendicular (característica dos levantamentos aerogeofísicos). Inicialmente, a interpolação é feita ao longo das linhas de voo e posteriormente na direção perpendicular.

RESULTADOS OBTIDOS - A comparação efetuada entre os diversos métodos de interpolação ou inferência podem ser visualizados pelo confronto do mapa geológico (Fig. 01) com os quatro mapas de contorno (Figs. 02 a 05), como também pelos perfis A-B das figuras 06 a 10. A outra comparação foi realizada com base nos dados estatísticos sumarizados na tab. 01 e pelos histogramas das figs. 15 a 20.

Inicialmente procedeu-se à análise estatística dos valores medidos do canal de K mostrado pelo histograma da figura 15, onde verificou-se que os dados possuem uma distribuição muito próxima à normalidade; e os mesmos constituem-se por apenas uma moda, podendo assim ser aplicada a técnica de krigagem. A escolha deste canal foi estipulada por meio da análise variográfica de todos os canais disponíveis (CT, Th, U e K), escolhendo-se o K por se tratar do mais anisotrópico, corroborando com a orientação dada pelos corpos litológicos mostrados na fig. 01. Outro fator de relativa importância é a natureza estatística do campo gamaespectrométrico e pelo mesmo refletir diretamente a geologia de superfície.

Os mapas de contorno gerados pelos métodos da curvatura mínima (fig. 4) e pelo bidirecional (Fig. 5) foram interpolados e em seguida contornados, utilizando-se o programa Geosoft (TM). Para tanto foi necessária a aplicação de um filtro passa-baixa nos dados medidos, porque os mesmos mostram-se muito ruidosos (Fig. 6).

Para a elaboração do mapa de contorno da krigagem isotrópica (Fig. 03) utilizou-se o semi-variograma da fig. 11, ficando o círculo de pesquisa com raio de 3,5km, que é o alcance do modelo ajustado. A krigagem anisotrópica foi realizada através dos semi-variogramas representados pelas figs. 12 e 13. Nestes gráficos nota-se que o alcance na direção N-S é de 5,3km, enquanto que na direção E-W é de 2,2km, fixando a elipse de pesquisa com raio maior na direção do *trend* geológico. Estes procedimentos foram realizados com o auxílio do programa Geocas (TM).

Para os 3 semi-variogramas foi ajustado o modelo esférico (ou de Matheron), que é dado pela equação (4). Note-se que o efeito pepita e o patamar são os mesmos, alterando apenas o alcance nos semi-variogramas direcionais (Figs. 12 e 13).

$$\gamma(h) = C + C_0 \left(\frac{3}{2} \left| \frac{h}{a} \right| - \frac{1}{2} \left| \frac{h}{a} \right|^3 \right), \text{ quando } 0 < |h| \leq a, \text{ ou } \quad (4)$$

$$\gamma(h) = C + C_0, \text{ quando } |h| > a$$

onde:

C_0 = efeito pepita (*nugget*); a = alcance (*range*)

C = variância *a priori* dos dados experimentais

Neste modelo o patamar (*sill*) é fornecido pela soma de $C + C_0$.

Os histogramas das figuras 17 a 20 foram obtidos pela subtração de uma *grid* inferido com 100% dos dados disponíveis com outro *grid* onde retirou-se aleatoriamente 20% dos dados (Fig. 14). Isto foi feito com o intuito de demonstrar qual dos 4 métodos possuía o menor desvio padrão dos erros (Tab. 1 e Fig. 16). Nesta análise verificou-se que o método da krigagem isotrópica apresentou o menor desvio padrão (2,88), seguido pela krigagem anisotrópica (3,4), curvatura mínima (6,65) e, por fim, o método bidirecional (*Trend Line Grid*) com 13,99.

Os perfis A-B mostrados pelas figuras 07 a 10 foram extraídos da mesma linha de voo nos 4 mapas de contorno, permitindo que assim fossem comparados com o perfil dos dados medidos (brutos) da figura 6. Através desta análise percebe-se que a krigagem anisotrópica foi a que mais suavizou os dados medidos em relação aos outros métodos. Por outro lado, a krigagem isotrópica suavizou menos, enquanto que a curvatura mínima e o bidirecional são similares entre si e intermediários entre os outros dois.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS - A comparação proposta entre os métodos de inferência em termos de sua eficácia na previsão, estimação ou interpolação de quantidades georreferenciadas foi feita por dois testes. O primeiro resulta da comparação visual entre o mapa geológico e os mapas de contorno da intensidade de contagem do canal de K obtido. O segundo considerou que as medidas de K são realizações de uma variável regionalizada, ou uma amostragem da realidade; com a redução do tamanho da amostragem, o método

que mantivesse maior aproximação com a amostragem total, ou o mínimo erro quadrático médio, seria o método mais eficaz.

Não se adotou a comparação dos resultados de inferência com os dados originais, porque estes constituem apenas uma amostra da realização pontual da variável e não uma determinação rigorosa da propriedade Z de um ponto XY na superfície. Portanto, o maior ajuste ou correlação, ou aproximação com os valores amostrais, não significa uma maior aproximação com os valores da realidade. Os valores amostrais contêm uma componente funcional (uma convolução de valores de superfícies equipotenciais de emissão por diferentes corpos litológicos situados em diferentes posições na superfície), uma componente aleatória (o efeito de um conjunto de fatores ligados a relevo, coberturas superficiais, vegetação, água, atmosfera, altura e direção da linha de voo, etc.) e erros operacionais de medição da propriedade. Estas características de propriedades naturais variáveis espacialmente implicam que a medida local não é necessariamente a melhor determinação do valor da realidade (Fig. 14).

O confronto dos resultados obtidos mostra que os métodos geostatísticos de estimação são mais eficazes para a inferência ou interpolação que os métodos geométrico-analíticos de curvatura mínima e bidirecional, tanto do ponto de vista da comparação visual com o mapa geológico, como por seu erro médio de estimação.

A comparação com o mapa geológico leva em consideração o maior teor de potássio das entidades mapeadas, por seu conteúdo mineralógico, e a organização estrutural destas entidades no terreno. Todos os mapas mostram um razoável ajuste das intensidades esperadas de potássio. Entretanto, apenas a krigagem anisotrópica mostra apropriadamente a organização estrutural. O método bidirecional também mostra um efeito anisotrópico; entretanto, esta aparência é uma decorrência de um atributo arbitrário que é imposto a priori à média móvel ponderada.

Quanto à melhor aproximação com a amostragem reduzida, os métodos geostatísticos também são mais eficazes na estimação: a krigagem isotrópica revelou o menor erro de aproximação nas estimativas, próximo da krigagem anisotrópica. Esta deficiência da krigagem anisotrópica deve-se ao fato de que as medidas retiradas da amostragem formam conjuntos na linha de voo, ou seja, na direção próxima da menor continuidade da variável regionalizada. Nesta direção a variável apresenta maior variância.

A krigagem permite a estimação por ponto ou por área numa superfície. A estimação por área fornece um valor médio para o domínio, refletindo melhor o elemento de contorno do mapa e a resolução esperada para o terreno. Tendo em vista que os métodos não estatísticos fornecem estimadores para pontos, adotou-se a krigagem por ponto, embora este procedimento corresponda a uma variação de estimação maior. A variação e o erro de estimação constituem outros importantes atributos de krigagem, permitindo avaliar a necessidade de redução ou ampliação da amostragem.

Uma dificuldade associada à krigagem é a necessidade de avaliar corretamente a covariância entre os dados amostrais com o afastamento e a direção. E, a partir da análise dos semi-variogramas direcionais experimentais, construir um modelo de covariância para a variável regionalizada. Do ajuste deste modelo à covariância na população depende a qualidade da estimação e a confiabilidade dos erros de estimação. Em razão desta necessidade de ajuste, os dados amostrais devem pertencer a um mesmo domínio populacional. Caso contrário, os parâmetros adotados no modelo podem não ser apropriados nem a uma nem a outra população. Na área teste, verificou-se a existência de duas populações, correspondentes a rochas sedimentares da Bacia do Paraná e as rochas do embasamento pré-cambriano. Retiradas as amostras da primeira, o conjunto se comportou como uma mesma população, permitindo a construção e o bom ajuste dos semi-variogramas.

Outra dificuldade operacional leva em consideração o tempo de computação. Atualmente a alta velocidade dos computadores minimiza esta dificuldade, embora constitua ainda uma restrição para o processamento de grandes áreas, dada a restrição na quantidade de amostras.

CONCLUSÕES - Os resultados alcançados demonstraram que os quatro métodos de interpolação ou inferência foram satisfatórios para os objetivos propostos, qual seja a comparação visual e estatística da eficácia desses métodos.

A área escolhida para a realização desses testes apresenta algumas particularidades; uma delas, é o subparalelismo das linhas de voo com a estruturação geológica.

O mapa de contorno da krigagem anisotrópica apresentou a melhor distribuição espacial, concordando com a orientação das principais estruturas geológicas da área em questão. Portanto, ajustou melhor a anisotropia do meio, considerando para isto os semi-variogramas direcionais, os quais orientam a máxima e a mínima continuidade estrutural do fenômeno analisado. Em decorrência

Desempenho de Métodos de Interpolação

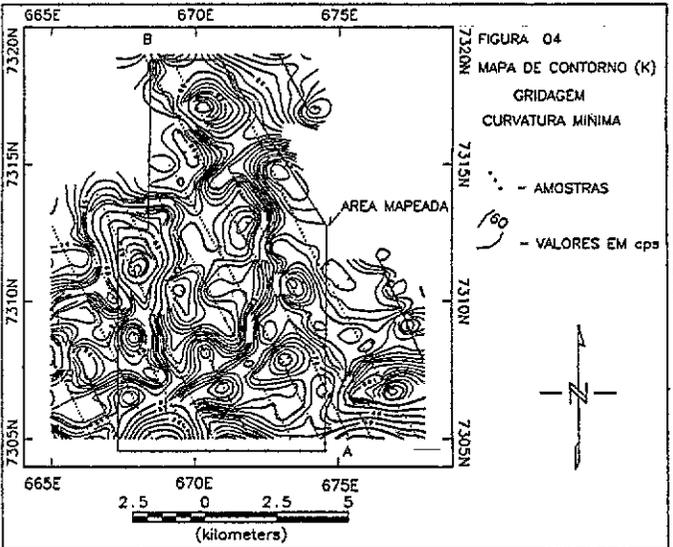
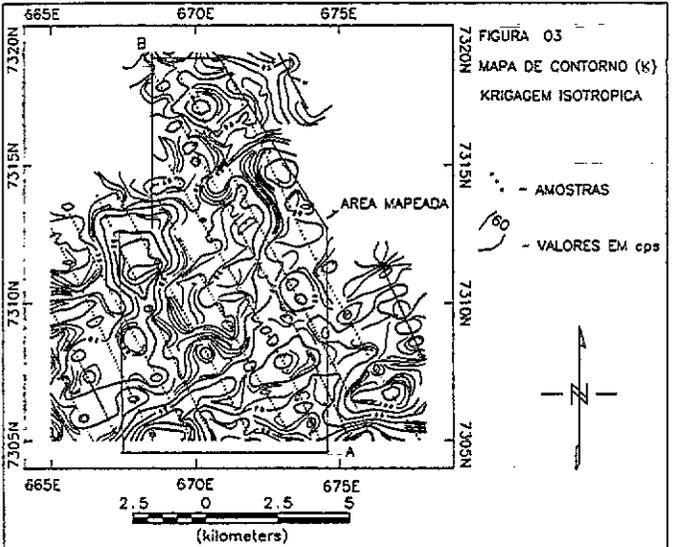
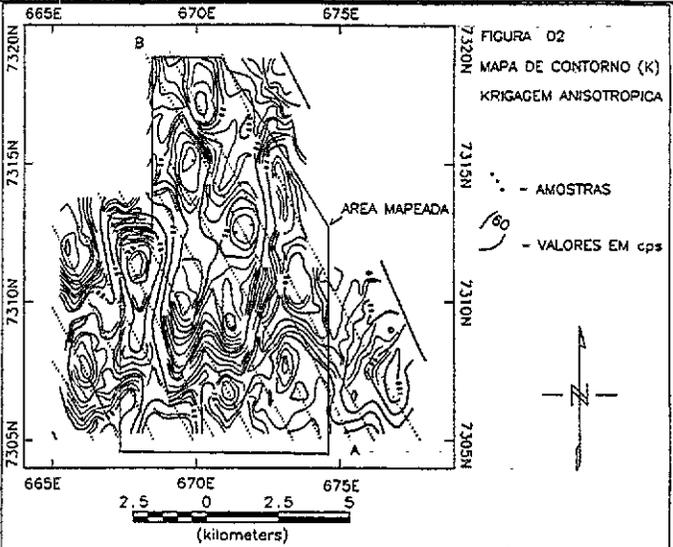
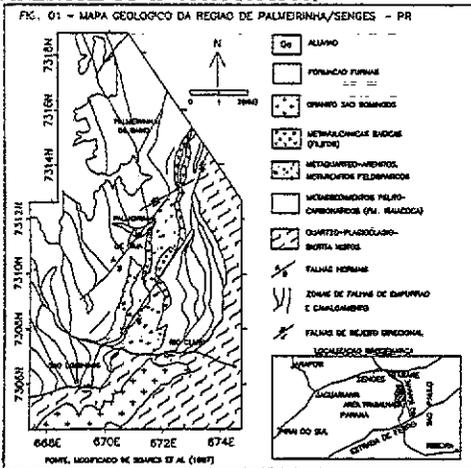
disto, este método não implica que as linhas de vôo sejam exatamente perpendiculares ao *trend* geológico, nem tão menos, à intensa amostragem ao longo das mesmas. A validação cruzada efetuada pela subtração do mapa de contorno com 100% dos dados e o mapa gerado com 80% dos dados medidos, revelaram que o desvio padrão do erro de estimação é muito baixo e próximo ao da krigagem isotrópica.

Os métodos da krigagem isotrópica, curvatura mínima e bidirecional resultaram em mapas similares quanto ao desenho das linhas de contorno, isto é, todos mostraram a tendência de inferir perpendicularmente à linha de vôo, fato que não representa a realidade do terreno, embora a krigagem isotrópica possua o menor desvio em relação ao valor esperado. Portanto, o método estatístico de comparação não é conclusivo para afirmar que a krigagem isotrópica seja melhor estimador do que a krigagem anisotrópica, já que a diferença entre os desvios é de apenas 15%. Por outro lado, os métodos da curvatura mínima e bidirecional revelaram altos valores do desvio padrão dos erros, refletindo um maior espalhamento em torno do zero.

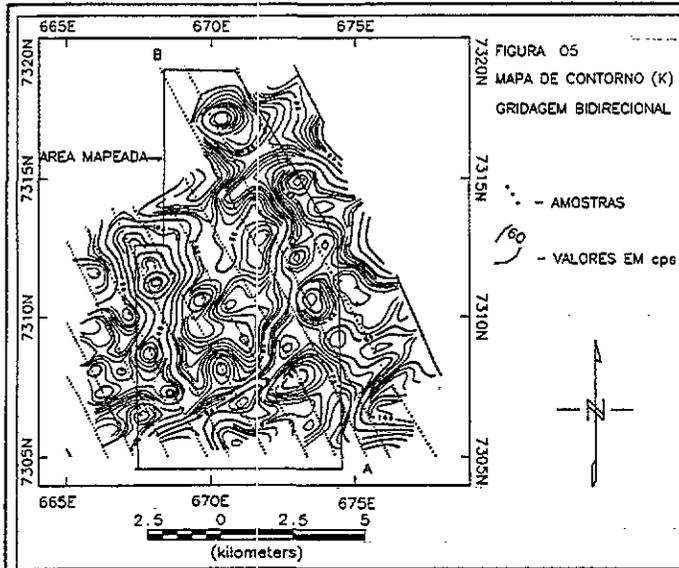
AGRADECIMENTOS - Os autores agradecem ao Prof. Elimar Trein pela elaboração do *abstract*, como também, por sua valiosa contribuição na revisão final do texto. Da mesma forma, aos geólogos Maximilian Forlin e Paulo César Arthur pelo apoio demonstrado. Também expressamos agradecimentos ao Convênio Geologia/CCE, FUNPAR e ao Departamento de Geologia da UFPR, pelo apoio logístico para a elaboração deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRIOTTI, J.L.S. 1988. Introdução à Geoestatística. *Acta Geológica Leopoldensia*, vol. XI (27): 7-81.
- BRIGGS, I.C. 1974. Machine Contouring Using Minimum-curvature. *Geophysics*, 39(1): 39-48.
- CLARK, I. 1977. *Practical Geostatistics*. 1 ed. London, Applied Science Publishers, 129p.
- CPRM. 1978. *Projeto Aerogeofísico Serra do Mar Sul*, CPRM/DNPM, 1978.
- DAVID, M. 1977. *Geostatistical Ore Reserve Estimation*, 1 ed. Amsterdam, Elsevier, 364p.
- HANSEN, R.O. 1993. Interpretative Gridding by Anisotropic Kriging. *Geophysics*, 58(10): 1491-1497.
- JOURNEL, A.G. & HUIJBREGTS, C.J. 1978. *Mining Geostatistical*, 2 ed. New York, Academic Press, 600p.
- KRIGE, D.G. 1960. On the Departure of Ore Value Distribution from the Lognormal Model in South African Gold Mines. *J. S. Afr. Inst. Min. Metall.*, p.231-244.
- LANDIM, P.M.B. 1985. *Introdução à Geoestatística*. Rio Claro, Lab. Geomatemática, I.G.C.E., UNESP (Public. Didática nº 2).
- MATHERON, G. 1965. *Les Variables Régionalisées et Leur Estimation*. Masson: [s.n.], 212p.
- SOARES, P.C.; STEVANATO, R.; CAMARGO, C.R. de. 1987. Geologia do Noroeste da Faixa Itaipococa - Paraná. In: III Simp. Sul-Brasileiro de Geologia. Curitiba, 1987. *Atas...* Curitiba, SBG. v.1, p. 245-262.
- GEO-SOFT™ é Marca Registrada da Geosoft Inc., 1993
- GEO-EAS™ *Geostatistical Environmental Assessment Software*.
- Este trabalho constou como contribuição ao Projeto FUNPAR/FINEP/PADCT nº 006591030300.



Desempenho de Métodos de Interpolação



	Nº Dados	Média	Variância	Mediana
Valor Medido	987	65,77	435,56	63
KA com 100%	2027	65,78	175,28	66,01
KA com 80%	2006	65,28	156,57	65,34
KA100%-KA80%	2006	0,51	11,58	0,03
KI com 100%	2362	65,35	248,26	64,58
KI com 80%	2002	65,38	163,58	65,27
KI100%-KI80%	2002	0,33	8,34	0,00
CM com 100%	2362	65,71	317,33	63,77
CM com 80%	2416	65,71	338,12	63,74
CM100%-CM80%	2343	-0,50	44,26	0,00
BID com 100%	2012	69,14	444,90	68,03
BID com 80%	1986	66,18	325,26	65,29
BID100%-BID80%	1986	2,96	195,81	0,07

Tab. 01 - Comparação de dados estatísticos entre os diversos métodos utilizados: KA - Krigagem Anisotrópica, KI - Krigagem Isotrópica, CM - Curvatura Mínima e BID - Bidireccional com 100% e 80% dos dados medidos.

